



CRIVELLIN PROGETTAZIONI s.r.l
Via Euclide. milano 23
2042 Bra (CN)
Sito Web : www.crivellin.com
E-mail: progettazioni.crivellin@gmail.com

Allegato a GEAR -1

Dimensionamento di una coppia di ingranaggi cilindrici a fatica

Manuale d'uso

Simbologia

R = a rottura

P = a pressione superficiale



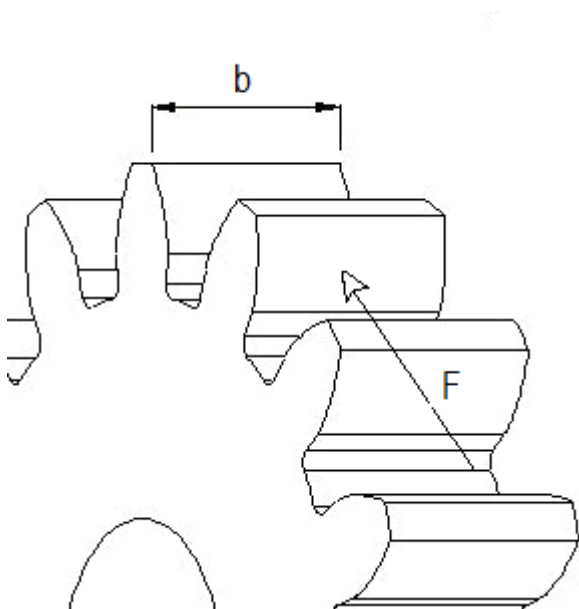
Simboli	Descrizione	Unità	
b	Larghezza fascia dentata	mm	R-P
m_o	Modulo normale (utensile)	mm	R
X_m	Spostamento di profilo (correzione) sul raggio	mm	-
x	Coefficiente di spostamento		-
F	Forza tangenziale sul diametro primitivo	daN	R-P
Ω	Coefficiente di correzione tensione base	-	P
d1	Diametro primitivo del pignone (Z1)	mm	P
C_r	Fattore di rapporto	-	P
C_β	Fattore di inclinazione dentatura elicoidale	-	P
K_v	Fattore dinamico di velocità	-	R-P
K_{HL}	Fattore di durata a pressione	-	P
K_M	Fattore di contatto	-	R-P
K_A	Fattore di servizio	-	R-P
K_{BL}	Fattore di durata a rottura	-	R
Y_ϵ	Fattore di condotta (<u>Non rapporto di condotta</u>)	-	R
Y_F	Fattore di Lewis	-	R
Y_β	Fattore di inclinazione elica	-	R
$\sigma_{b \text{ lim}}$	Sollecitazione limite tensione alla base	daN/mm ²	R
σ_b	Sollecitazione tensione alla base	daN/mm ²	R

Dimensionamento di ruote dentate ad assi paralleli.

Occorre calcolare la larghezza della dentatura del pignone e della corona dentata sia a rottura che a pressione superficiale.

Il maggiore di questi quattro valori sarà scelto come larghezza della dentatura dei due ingranaggi.

Dimensionamento a pressione superficiale.



Per angolo di pressione normale $\alpha_n = 20^\circ$

$$b = \frac{F}{\Omega_0 * d_1 * C_r * C_\beta * K_v * K_{HL} * K_M * K_A}$$

Per $\alpha_n = 15^\circ$ moltiplicare F per 0.92

Per $\alpha_n = 17^\circ 30'$ moltiplicare F per 0.96

Per $\alpha_n = 25^\circ$ moltiplicare F per 1.07

b = larghezza della dentatura in mm.

F = sforzo tangenziale primitivo (daN).

d_1 = diametro primitivo del pignone (mm)

L'ingranaggio calcolato con la formula precedente può sopportare un sovraccarico istantaneo fino a $3 \cdot F$ per un tempo di $15 \div 20$ sec.

Data una potenza P da trasmettere (Kw) e un numero di giri al minuto (RPM)

Si calcola il momento torcente (Coppia) in daN per metro.



$$\text{Coppia} = \frac{954.9 * P}{\text{RPM}} = (\text{daN*Mt}) \quad F = \frac{\text{Coppia} * 2000}{d1} = \text{daN}$$

Ω0 Materiale

0.1-0.2	Ghisa
0.2-0.8	Acciaio non trattato
0.8-1.3	Acciaio da tempra superficiale a induzione
1-1.5	Acciaio cementato e temprato

C_r = Fattore di rapporto (E' uguale per pignone e corona)

$$i = \frac{Z2}{Z1}$$

per ingranaggio esterno $C_R = \frac{i}{i + 1}$

per ingranaggio interno $C_R = \frac{i}{i - 1}$

C_β = Fattore di inclinazione (Uguale per pignone e corona)

Dipende dall'angolo di inclinazione dell'elica β - $C_\beta = 1 + (0.0376 * \beta^{0.658})$

Andamento di C_β

β°	C _β
0°	1
5°	1.10
10°	1.18
15°	1.24
20°	1.28
25°	1.32
30°	1.35
35°	1.38
40°	1.40

K_v = Fattore di velocità (Uguale per pignone e corona)

V_p = AMMISSIBILE – (20-25 m/1")

$$V_p = \text{velocità periferica in metri/sec.} = \frac{d_1 * \pi * \text{RPM}}{60000}$$

Gli ingranaggi vengono suddivisi in 4 classi di qualità.

Classe 1 - Dentatura di estrema precisione per ingranaggi ad elevata velocità (fino e oltre 100 m/sec) finitura di rettifica.

Classe 2 - Dentatura di precisione (50 m/sec) Rettifica

Classe 3 - Buona qualità (20 m/sec). Senza rettifica

Classe 4 - Mediocre qualità (5 m/sec)

$$K_v = \begin{array}{l} \text{classe 1} = \frac{30}{30 + \sqrt{V_p}} \\ \text{classe 2} = \frac{12}{12 + \sqrt{V_p}} \\ \text{classe 3} = \frac{6}{6 + \sqrt{V_p}} \\ \text{classe 4} = \frac{3}{3 + \sqrt{V_p}} \end{array}$$

K_{HL} = Fattore di durata (Diverso per pignone e corona)

Quando la trasmissione ha un ciclo di carico variabile si deve tener conto della durata equivalente.

D_0 = durata equivalente

$C_1 - C_2 \dots C_n$ = Carichi diversi

$D_1 - D_2 \dots D_n$ = Durate relative ai carichi diversi $D_1 + D_2 \dots D_n = D$ durata totale

La durata equivalente viene espressa in funzione del carico massimo che chiamiamo C_1

$$D_0 = D_1 + D_2 * \left(\frac{C_2}{C_1} \right)^n + D_n * \left(\frac{C_n}{C_1} \right)^n$$

$n = 10$ per calcolo a rottura $= 6$ per calcolo a pressione spec.

K_{HL} viene espresso in funzione del numero di cicli.

$$K_{HL} = 8.44 * n^{\circ} \text{ cicli}^{-0.13}$$

Andamento di K_{HL}

K_{HL}	Numero cicli
2	10^5
1.45	10^6
1	10^7
0.7	10^8
0.5	10^9
0.5	10^{10}

N.B.

Nel caso di una corona dentata intermedia il numero di cicli deve essere moltiplicato per 2.

K_M = Fattore di contatto (Uguale per pignone e corona)

Dipende dal rapporto $\frac{b}{d_1}$

b = larghezza della dentatura
d₁ = diametro primitivo del pignone

K_M	b/d ₁
1	1
0.95	1.5
0.84	2
0.72	2.5

Pur essendo b un valore incognito si può impostare il calcolo con $K_M = 1$ che è un valore valido nella quasi totalità dei casi.

Il rapporto b/d₁ non dovrebbe superare il valore di 2.

Il valore massimo assoluto è 2.5

K_A = Fattore di servizio (Uguale per pignone e corona)

Funzionamento senza urti 1
Funzionamento con urtimoderati 2
Funzionamento con urti consistenti 3

Organo motore	Grado di urto	Fino a 12 ore/giorno	24 ore/giorno
Motore elettrico	1	1	0.95
	2	0.8	0.7
Turbina	3	0.67	0.50
Motore a combust. Interna monocilindro	1	0.8	0.7
	2	0.67	0.57
	3	0.57	0.45
Motore a combust. Interna pluricilindro	1	0.67	0.57
	2	0.57	0.45
	3	0.45	0.35

Per installazioni che richiedono sicurezza assoluta dividere questi valori per 1.25 ÷ 1.4

Dimensionamento a Rottura

$$b = \frac{F * Y_{\epsilon} * Y_F * Y_{\beta}}{\sigma_{b \text{ lim}} * m_0 * K_V * K_{bL} * K_M * K_A}$$

b = larghezza della dentatura in mm

m_0 = modulo normale (d'utensile)

F= Forza tangenziale al diametro primitivo in daN.

L'ingranaggio calcolato con la formula precedente può sopportare un sovraccarico istantaneo fino a 2 F per un tempo di 15 – 20 sec.

Y_{ϵ} = Fattore di condotta (È uguale per pignone e corona)

Con dentature di classe 1 e 2, la vecchia norma prevedeva :

$$Y_{\epsilon} = \frac{1}{\epsilon_{\alpha}}$$

Nuova formula I.S.O.: $Y_{\epsilon} = 0.25 + (0.75 / \epsilon_{\alpha})$

Con dentature di classe 3 e carichi notevoli e dentature di classe 4: **$Y_{\epsilon} = 1$**

ϵ_{α} = rapporto di condotta (è opportuno che sia superiore a 1.30)

(relativi a Z1) (relativi a Z2)

$$\epsilon_{\alpha} = Y_1 * U_1 + Y_2 * U_2$$

$$Y = \frac{ha}{m} = \frac{\text{addendum}}{\text{modulo}} \quad \text{nelle dentature normali} = 1$$

U = coefficiente dipendente da Z1 e Z2 e dall'angolo di pressione di **funzionamento α'** .

Z	α'							
	12°30'	15°	17°30'	20°	22°30'	25°	27°30'	30°
10	0.8	0.75	0.7	0.68	0.64	0.62	0.6	0.6
15	0.9	0.8	0.75	0.72	0.69	0.67	0.64	0.62
20	0.95	0.85	0.80	0.77	0.73	0.69	0.66	0.65
25	1	0.9	0.83	0.8	0.75	0.71	0.68	0.67
30	1.05	0.95	0.87	0.83	0.78	0.73	0.69	0.68
40	1.1	1	0.9	0.87	0.8	0.75	0.7	0.69
50	1.15	1.05	0.95	0.89	0.82	0.77	0.71	0.7
70	1.2	1.1	1	0.9	0.84	0.79	0.72	0.72
100	1.3	1.15	1.03	0.92	0.85	0.8	0.73	0.72
150	1.35	1.18	1.05	0.95	0.88	0.81	0.75	0.73
250	1.4	1.2	1.1	0.97	0.9	0.81	0.75	0.73

Y_F = Fattore di forma di Lewis (È diverso per pignone e corona)

È in funzione del numero dei denti, della eventuale correzione , dell'angolo di pressione α_0 , del raggio di raccordo a fondo dente , ecc.

$Z_i = N^{\circ}$ denti immaginari = $Z / (\cos \beta)^3$ per dentature elicoidali

$Z_i = Z$ per dentature diritte

10

$X_m =$ spostamento di profilo sul raggio (correzione in mm) $x =$ coefficiente di spostamento = X_m / m_n

Per $\alpha_0 = 20^\circ$, Y_F è elencato nella tabella sottostante.

X

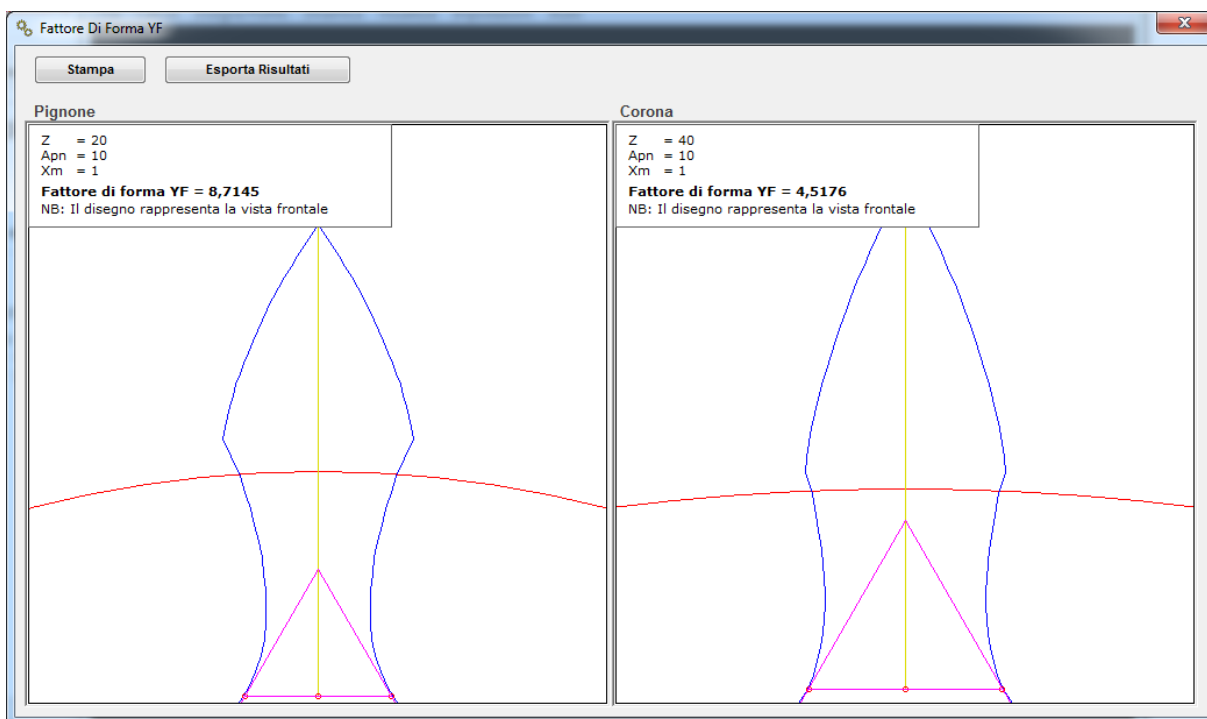
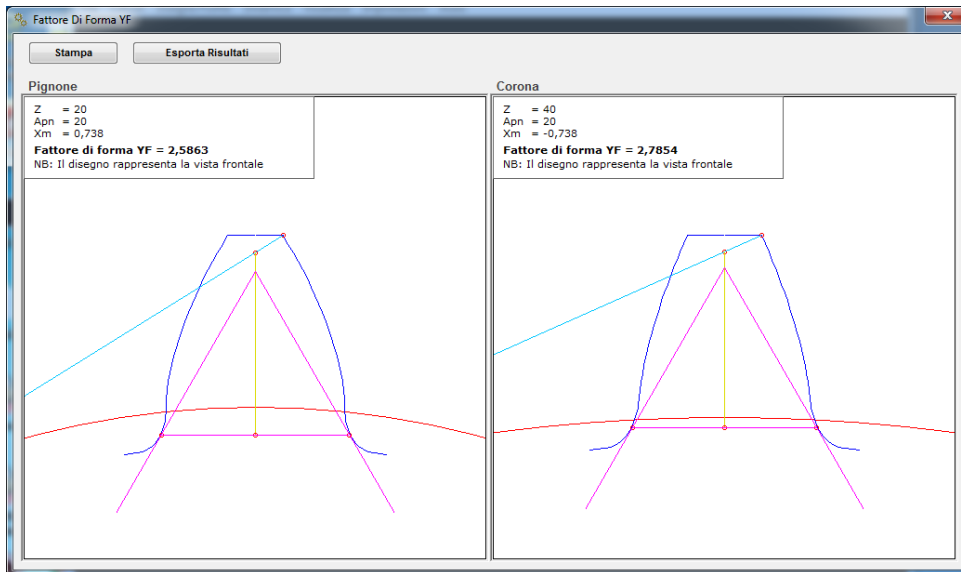
Z_i	-0.5	-0.4	-0.3	-0.2	-0.1	0	+0.1	+0.2	+0.3	+0.4	+0.5
15	-	-	-	-	-	-	2.85	2.66	2.51	2.36	2.24
20	-	-	-	-	2.97	2.78	2.60	2.48	2.38	2.28	2.17
25	3.55	3.35	3.11	2.93	2.77	2.6	2.48	2.38	2.30	2.22	2.14
30	3.25	3.08	2.91	2.74	2.62	2.5	2.40	2.32	2.25	2.18	2.12
40	2.90	2.78	2.68	2.58	2.47	2.38	2.32	2.27	2.21	2.16	2.10
50	2.70	2.62	2.53	2.47	2.38	2.32	2.28	2.22	2.18	2.14	2.08
70	2.52	2.47	2.39	2.35	2.30	2.27	2.22	2.18	2.15	2.11	2.07
100	2.38	2.34	2.30	2.27	2.23	2.20	2.18	2.14	2.12	2.09	2.06
150	2.28	2.26	2.24	2.20	2.18	2.16	2.14	2.12	2.10	2.08	2.06
200	2.23	2.21	2.18	2.17	2.16	2.14	2.13	2.11	2.09	2.07	2.06
300	2.18	2.17	2.16	2.15	2.14	2.11	2.10	2.09	2.08	2.06	2.06
500	2.14	2.13	2.12	2.11	2.10	2.09	2.08	2.07	2.06	2.05	2.06

Per $\alpha_0 = 15^\circ$ moltiplicare per 1.22

Per $\alpha_0 = 25^\circ$ moltiplicare per 0.848

“GEAR 2 CALCULATION” calcola il fattore di forma di Lewis , qualsiasi sia il profilo dei denti , anche dei più assurdi.

11



Y_{β} = Fattore di inclinazione In funzione dell'angolo di inclinazione dell'elica β .
(È uguale per pignone e corona)



Y_{β}	β
1	0°
0.93	5°
0.87	10°
0.82	15°
0.78	20°
0.76	25°
0.75	30°
0.75	35°
0.74	40°

$\sigma_b \lim$ = Sollecitazione limite alla base. Dipende dal materiale.

(nel caso di una corona intermedia moltiplicare $\sigma_b \lim$ per $\frac{3}{4}$)

Materiale	σ_b
Ghise grigie	5-8
Ghise speciali	8-12
Bronzi	6-8
Acciai al carbonio	12-18
Acciai legati	20-25
Acciai legati a tempra tot.	25-35
Acciai legati da cementazione	30-42

K_{bL} = Fattore di durata (È diverso per pignone e corona)
È espresso in funzione del numero di cicli.



K _{bL}	Numero cicli
1.6	10 ⁵
1.25	10 ⁶
1	10 ⁷
0.8	10 ⁸
0.65	10 ⁹
0.65	10 ¹⁰

N.B.

Nel caso di una corona intermedia il numero dei cicli deve essere moltiplicato per 2

Dopo avere scelto la larghezza di fascia dentata si verifica la sollecitazione σ_b effettiva:
Sia per il pignone che per la corona.

$$\sigma_b = \frac{F_t}{b \cdot m_0} * Y_\epsilon * Y_F * Y_\beta$$

Esempio di calcolo



Numero denti pignone $Z_1 = 30$
 Numero denti corona $Z_2 = 90$
 Angolo di pressione $\alpha = 20^\circ$
 Modulo $m_0 = 2.5$

$d_1 = 75$

$d_2 = 225$

Numero giri del pignone = 2100

Azionamento con motore elettrico – Urti moderati

Materiale di ambedue gli ingranaggi = 18 Ni Cr Mo 5 Cmt. Tmp

$\sigma_{blim} = 42$

$\Omega = 1.3$

Dentatura di buona precisione Classe 2 ($V_p < 50$ m/sec.)

Durata = 20000 ore

Urti moderati =< 12 ore/giorno (Fattore di servizio 0.8)

Coppia sul pignone =

max 17 daN per il 30% della durata

media 12 daN per il 50% della durata

minima 5 daN per il 20% della durata

Dimensionamento a Rottura

$$b = \frac{F * Y_\epsilon * Y_F * Y_\beta}{\sigma_b \lim * m_0 * K_V * K_{bL} * K_M * K_A}$$

$$F = \frac{17 * 2000}{75} = 453 \text{ daN}$$

$$Y_1 = Y_2 = 1$$

$$\epsilon_\alpha = 1 * 0.83 + 1 * 0.917 = 1.747$$

Con la nuova formula I.S.O. :

$$Y_\epsilon = 0.25 + (0.75 / \epsilon_\alpha) = 0.25 + (0.75 / 1.747) = 0.679$$

$Y_F = 2.5$ per il pignone, 2.2 per la corona

$Y_\beta = 1$

$$v_p = \frac{\pi * 75 * 2100}{60000} = 8.24 \text{ m/sec}$$

$$K_v \text{ (classe 2)} = \frac{12}{12 + \sqrt{8.24}} = 0.8$$

Durata equivalente D_0 a pressione superficiale
 $6000 + 10000(12/17)^6 + 4000(5/17)^6 = 7239 \text{ ore}$

Durata equivalente D_0 a rottura
 $6000 + 10000(12/17)^{10} + 4000(5/17)^{10} = 6307 \text{ ore}$

N° cicli pignone = $RPM * D_0 * 60 = 2100 * 7239 * 60 = 912.144.000$
 $< 109, > 108 \quad K_{bL} \cong 0.65$

N° cicli corona = $912.144.000 * Z1/Z2 = 304.038.000$
 $< 109, > 108 \quad K_{bL} = 0.8$

$K_{bL} = 0.65$ per il pignone 0.8 per la corona

$K_M = 1$

$K_A = 0.8$

$$b \text{ pignone} = \frac{453 * 0.679 * 2.5 * 1}{42 * 2.5 * 0.8 * 0.65 * 1 * 0.8} = \mathbf{17.6}$$

$$b \text{ corona} = \frac{453 * 0.679 * 2.2}{42 * 2.5 * 0.8 * 0.8 * 1 * 0.8} = \mathbf{12.6}$$

Calcolo a pressione superficiale



$$b = \frac{F}{\Omega_0 * d_1 * C_r * C_\beta * K_v * K_{HL} * K_M * K_A}$$

$$C_r = \frac{3}{3 + 1} = 0.75$$

$$C_\beta = 1$$

$$K_{HL} = 8.44 * 912.144.000^{-0.13} = 0.577 \quad \text{per il pignone}$$

$$K_{HL} = 8.44 * 304.038.000^{-0.13} = 0.666 \quad \text{per la corona}$$

$$b_{\text{pignone}} = \frac{453}{1.3 * 75 * 0.75 * 1 * 0.8 * 0.577 * 1 * 0.8} = \mathbf{16.77}$$

$$b_{\text{corona}} = \frac{453}{1.3 * 75 * 0.75 * 1 * 0.8 * 0.666 * 1 * 0.8} = \mathbf{14.53}$$

Quindi abbiamo 4 valori, dai quali bisogna scegliere il più grande.

	a rottura	a pressione
b pignone	17.6	12.5
b corona	12.6	14.5

Occorre pertanto avere una fascia di dentatura uguale o superiore a 17.6 mm

Fascia consigliata = 20

Che è un valore più elevato dei quattro risultati.

Calcolo della sollecitazione a rottura effettiva
(Notare che viene influenzata dal fattore di Lewis)

$$\text{Pignone } \sigma_b = \frac{453}{20 * 2.5} * 0.679 * 2.5 * 1 = 15.38 \text{ daN/mm}^2$$

$$\text{Corona } \sigma_b = \frac{453}{20 * 2.5} * 0.679 * 2.2 * 1 = 13.53 \text{ daN/mm}^2$$